

rusian **Аддитивно-мультипликативное дискретное блуждание в случайной среде** (О. Ю. Богоявленская, ПетрГУ, Петрозаводск.)

В работе проведен анализ случайного блуждания, совершаемого некоторой частицей на множестве целых чисел $A = \{2, \dots, I\}$, когда из точки $i \in A$ переход может быть совершен в точки $i + 1$ или $\lfloor i/2 \rfloor$. Направление перехода определяется по результатам серии испытаний, каждое из которых имеет два возможных исхода e^+ и e^- . При наступлении события e^+ текущая координата i увеличивается на величину $1/i$, в противном случае $i = \lfloor i/2 \rfloor$. Все расчеты ведутся в целочисленной арифметике и переход происходит только при изменении целой части координаты частицы. На границах множества A частица может совершить переход во внутреннюю область множества или остаться на границе.

Пусть p_k вероятность того, что произошло последовательно k событий e^+ при условии $i = k$ и q_k вероятность того, что произошла произвольная последовательность событий e^+ и e^- при том же условии. Параметры p_k и q_k позволяют учитывать влияние случайной среды на положение частицы, когда вероятности исхода испытаний, определяющих направление перехода, зависят от текущей координаты i .

Обозначим $i(t)$ целочисленное значение i в момент времени t и $\{\tau_k\}$ последовательность моментов времени, в которые изменяется значение $i(t)$. Тогда $\{i(t)\}_{t>0}$ является полумарковским случайным процессом со вложенной марковской цепью $\{i_k = i(\tau_k)\}$. Последняя является конечной неприводимой и апериодической и ее стационарное распределение удовлетворяет следующим уравнениям Колмогорова.

$$\pi_k = p_{k-1}\pi_{k-1} + q_{2k}\pi_{2i} + q_{2k+1}\pi_{2i+1}, \quad 2k \leq I, \quad (1)$$

$$\pi_k = p_{k-1}\pi_{k-1}, \quad I < 2k < 2I, \quad (2)$$

$$\pi_I = p_{I-1}\pi_{I-1} + p_I\pi_I. \quad (3)$$

Нами найдено решение системы (1) — (3) в аналитической рекуррентной форме, а также доказаны теоремы об условиях существования и о виде стационарного распределения случайного процесса $\{i(t)\}_{t>0}$. Для нахождения последнего нами также получены математические ожидания $\eta_i = \mathbf{E}[\tau_{k+1} - \tau_k | i(\tau_k) = i]$.

Случайное блуждание, описанное в работе, может служить вероятностной моделью характеристик алгоритмов распределенного управления потоками данных и сетевыми ресурсами в современных сетях передачи данных.