Лабораторная работа 1

Тема: Приближенные методы решения нелинейных скалярных уравнений.

Задание : Исследование функции $f(x)$ и решение уравнения $f(x)=0$

(с точностью 10^{-10} вычислить наименьший положительный корень)

1. Построить график функции $f(x)$ на некотором промежутке, содержащем ее наименьший положительный корень. Используя график, определить окрестность корня, в которой выполнены достаточные условия сходимости итерационных методов.
2. Найти требуемое приближенное решение, используя функцию ***root*** пакета Mathcad.
3. Найти требуемое приближенное решение, используя один из итерационных методов.
4. Продемонстрировать отсутствие сходимости используемого метода приближенного решения при ненадлежащем выборе начального приближения или параметра метода.
5. Вычислить модуль разности приближенных решений, полученных в пунктах 2 и 3.
6. Вычислить оценку погрешности приближенных решений, полученных в пункте 3, используя неравенство (4).
7. Сравнить графически результаты , полученные в пунктах 5 и 6. Определить влияние на результат этого сравнения значения системной переменной ***TOL***, от которой зависит точность результата, возвращаемого функцией ***root.***

Примечание. Точность результата, возвращаемого функцией ***root,*** зависит от значения ***TOL*** в том смысле, что условием окончания итерационного цикла, применяемого в ***root*** для получения результата, является выполнение неравенства $|f(x)|<\mathrm{TOL}$. В некоторых случаях, уменьшая значение переменной ***TOL***, можно повысить точность получаемого решения.

Методы приближенного решения

1. Метод простых итераций
2. Метод Ньютона (метод касательных)
3. Упрощенный метод Ньютона.
4. Конечно-разностный метод Ньютона
5. Метод хорд
6. Метод секущих.
7. Метод Стеффенсена

Варианты индивидуальных заданий.

N	$f(x)$	N	$f(x)$
1	$\ln x - \frac{1}{x^2}$	2	$\ln x - \frac{7}{2\cdot x+6}$
3	$\ln x - \frac{7}{2\cdot x+6}$	4	$e^{-x} - (x-1)^2$
5	$\frac{1-x}{x} - \pi\cdot\cos(\pi\cdot x)$	6	$e^x + x^2 - 10$
7	$\tan\left(\frac{x}{2}\right) - x^3$	8	$e^x - 2\cdot(x-2)^2$
9	$2\tan\left(\frac{\pi x}{8}\right) - x^4$	10	$e^x + 2\cdot x^2 - 3$
11	$\sqrt{x} - 2\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}\cdot x\right)$	12	$e^{-x} - \sqrt{x-1}$
13	$\sqrt{x} - 3\cos(x)$	14	$3\sin(2x) - 1.5x$
15	$2\cdot\ln x - \frac{1}{x}$	16	$2\cdot e^{-x} - \frac{x}{2}$
17	$x - 3\cdot\cos^2 x$	18	$\ln(2x-1) - x^2 + 1.5$
19	$x^4 - \sqrt{x+1} - 3$	20	$x\cdot\ln x - \frac{3}{x}$
21	$3\tan\left(\frac{3x}{8}\right) - x^2$	22	$e^{-x} - 5(x-1)^2$
23	$e^{1-x} + x^2 - 5$	24	$x^3 - 4\cos(x)$
25	$2\sin(2x) - x^2$	26	$x^4 - 5\cos(x)$
27	$e^{x-1} + 2x^2 - 7$	28	$2e^{-x} - (x+1)^2$
29	$\tan(7.5x) - 2(x+1)$	30	$\tan(2.5x) - 5x$

В приложении 1 в качестве примера приведена копия MathCAD-документа, в котором для решения уравнения $f(x)=0$ использована функция **root** и реализован алгоритм метода простых итераций.

Для получения примерных значений верхней и нижней границ модуля производной $f(x)$ в окрестности корня функции, которые нужны для выбора итерационного параметра и оценки погрешности соответственно, построен график производной.

Построены графики разности приближенных решений и оценки погрешности для решений по методу простых итераций.