Анализ алгоритма предотвращения насыщения в сетях передачи данных

О. Ю. Богоявленская

Петрозаводский государственный университет
olbgvl@cs.karelia.ru

Общее описание проблемы

- Дискретный алгоритм Additive Increase Multiplicative Decrease (AIMD) протокола TCP версии NewReno является действующим стандартом Интернет
- Алгоритм AIMD управляет скоростью отправки данных в сеть источником в соответствии с сигналами обратной связи, генерируемыми получателем.

AIMD вносит основной в вклад в организацию распределенного управления потоками данных и разделения между ними ресурсов инфраструктуры сетей передачи данных.

Производительность AIMD является ориентиром для экспериментальных транспортных протоколов (например TCP BIC и CUBIC)

Производительность TCP

- p вероятность потери сегмента TCP
- RTT время кругового оборота
- RTO задержка кругового оборота
- MSS максимальный размер сегмента S. Floyd для $p \leq 0.025$

$$T = \frac{MSS}{RTT}\sqrt{\frac{3}{2p}} \tag{1}$$

группа D. Towsley для $p > 0.025$

$$T = \frac{MSS}{RTT\sqrt{\frac{2p}{3}} + RTOmin(1, 3\sqrt{\frac{3p}{8}})p(1 + 32p^2)} \tag{2}$$

Распределенное управление потоками

- Механизмы скользящего окна и подтверждений доставки данных.
- Скользящее окно - объем данных, который отправитель может отправить в сеть без подтверждения их доставки от получателя.
- Распределенное управление потоками подразумевает назначение размера скользящего окна отправителя.
- Существенное влияние на производительность алгоритма оказывают характеристики потока потерь данных.

$$
\begin{array}{lcl}
W & \xrightarrow{\text{доставка}} & W+1 \\
\downarrow \text{потеря} & & \\
W/2 & &
\end{array}
$$

Общее описание проблемы

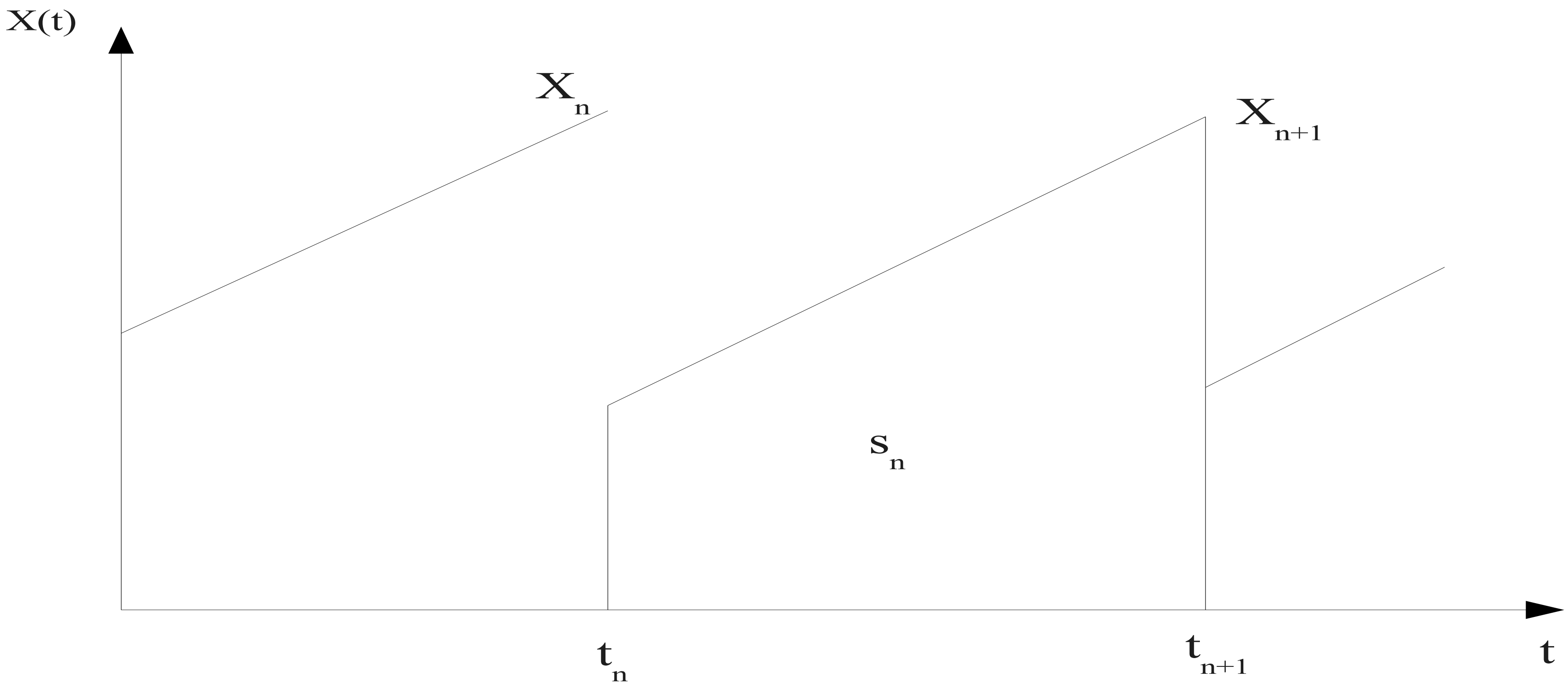

Рис. 1: Траектория алгоритма AIMD

Общее описание проблемы

- Поток потерь определяется во времени — характеризуется последовательность интервалов $(t_{n+1} - t_n)$.

  Простейший поток, i.i.d, стационарный процесс.

- Поток потерь определяется на последовательности отправленных данных

$$s_n = \int\limits_{t_n}^{t_{n+1}} X(t)dt.$$

  Простейший поток, i.i.d.

Основные определения

Кусочно-линейная модель AIMD (E. Altman et al., INRIA и др.)

- $X(t) \in \mathbb{R}^+$ и на интервалах $[\theta_n, \theta_{n+1})$ $X(t) = X(t_0) + bt, \quad \forall\, [t_0, t] \subset [\theta_n, \theta_{n+1})$, где b^{-1} математическое ожидание времени кругового оборота сегмента данных.
- В моменты времени $\{\theta_n\}_{n \geq 0}$ совершается скачок вида $X(\theta_n + 0) = \alpha X(\theta_n)$, где $0 < \alpha < 1$. Обозначим $s(t) = \int\limits_0^t X(\tau) d\tau$.
- Последовательность $s_n = \int\limits_{\theta_n}^{\theta_{n+1}} X(\tau) d\tau$ образует процесс восстановления, $G(y) = \mathbf{P}\{s_n \leq y\}$ абсолютно непрерывная функция, $\mathsf{E}[s_n] = \lambda^{-1}, \ \lambda > 0$ и $\mathsf{E}[s_n^2] < \infty$.

Основные результаты

Для последовательности $\{X_n = X(\theta_n)\}_{n>0}$ имеет место соотношение

$$X_{n+1}^2 = \alpha^2 X_n^2 + 2bs_n. \tag{3}$$

Обозначим $Z_n = X_n^2$, тогда справедлива

Теорема 1 *Последовательность* $\{Z_n\}_{n>0}$ *имеет стационарное распределение, характеристическая функция которого*

$$F(\zeta) = \prod_{k=0}^{\infty} G\left(2b\alpha^{2k}\zeta\right), \tag{4}$$

где $G(\zeta)$ *характеристическая функция* $G(y)$.

Основные результаты

Доказательство Теоремы 1

$$\mathbf{P}\{Z(\theta_{k+n}) \le x | Z(\theta_k) = y\} = \mathbf{P}\left\{\left(2b\sum_{i=0}^{n}\alpha^{2i}s_{k+n-i}\right) \le x - y\alpha^{2n}\right\}. \tag{5}$$

Характеристическая функция распределения (5) при $n \to \infty$ стремится к бесконечному произведению вида

$$F(\zeta) = \prod_{k=0}^{\infty} G\left(2b\alpha^{2k}\zeta\right). \tag{6}$$

Лукач Е., Характеристические функции, М.:Наука, 1979.
Теорема 3.7.3

Основные результаты

Теорема 2 *Случайный процесс* $\{Z(t)\}$ *имеет стационарное распределение, преобразование Лапласа которого*

$$F(s) = \lambda \left[\frac{1}{2bs} - G(2bs)\right] \prod_{k=1}^{\infty} g\left(\alpha^{2k} 2bs\right), \qquad (7)$$

Доказательство.

$$Z(t) = X^2(t) = (\alpha X_n + b(t-\theta_n))^2 =$$

$$= \alpha^2 X_n^2 + 2X_n b\alpha(t-\theta_n) + b^2(t-\theta_n)^2 = \alpha^2 Z_n + 2b\delta_n.$$

$$\mathbf{P}\{Z(t) \le x\} = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\mathbf{P}\{N_{s(t)} = n\} \int\limits_0^x \mathbf{P}\{Z_n \le \tfrac{x-\tau}{\alpha^2}\} \mathbf{P}\{\delta_n = \tfrac{\tau}{2b}\} d\tau\right]$$

Основные результаты

Пусть s'_n — объем данных, необходимый для достижения уровня X_n

$$X_{n+1}^2 = X_n^2 + \gamma_n = \frac{2bs'_n}{1-\alpha^2} + \frac{s_n - s'_n}{2b},$$

$$\lim_{n\to\infty} \mathsf{E}[s'_n] = \mathsf{E}[s_n].$$

В то же время

$$X_{n+1} = X_n + \gamma'_n = \sqrt{\frac{2bs'_n}{1-\alpha^2}} + \gamma'_n.$$

Таким образом математическое ожидание марковской последовательности $\{X_n\}$ можно характеризовать как

$$\lim_{n\to\infty} \mathsf{E}[X_n] = \sqrt{\frac{2b}{1-\alpha^2}}\mathsf{E}[\sqrt{s_n}]. \tag{8}$$

Области практического применения результатов

- Оперативное предсказание пропускной способности сетевых соединений на основе моделирования и данных мониторинга.

  Mirza, M. ; Sommers, J. ; Barford, P. ; Xiaojin Zhu A Machine Learning Approach to TCP Throughput Prediction // IEEE/ACM Transactions on Networking, 18(4), 2010, p. 1026-1039

  Программный монитор сетевой компоненты ядра ОС Linux **Gettcp**+ (Петрозаводский государственный университет).

- Проектирование фрагментов интернет.

  Планирование мощности сетевых маршрутов.

- Модернизация и разработка протоколов передачи данных.

Заключение

В настоящей работе

- Построена модель алгоритма AIMD в виде кусочно-линейного случайного процесса.
- Доказаны теоремы о существовании стационарных распределений исходного кусочно-линейного процесса и вложенной в него марковской последовательности.
- Найдены характеристическая функция стационарного распределения марковской последовательности и преобразование Лапласа стационарного распределения кусочно-линейного процесса.
- Найдено стационарное математическое ожидание вложенной марковской последовательности в явной форме.