Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ «Петрозаводский государственный университет»
Институт математики и информационных технологий
Кафедра информатики и математического обеспечения

Отчет по учебной практике
(компьютерные технологии в математике)

Выполнил:
Ткаченко С. С. группа 22103

____

подпись

Руководитель практики:
к.т.н., доцент О. Ю. Богоявленская

____

подпись

Итоговая оценка:

____

оценка

Петрозаводск – 2022

Содержание

1 Описание работы

1.1 Задание 2

Задание заключалось наборе текста 3 страниц из книги "Краткий курс математического анализа"авторства Л. Д. Кудрявцева. Для выполнения задания я разделил текст на две основные части сам собственно текст в виде теорем и пояснений к ним и формулы как интегральные, так логарифмические. Для правильного набора теорем был создан список окружений:*newtheorem*. Каждая теорема была выведена в отдельное окружение включенное в список и каждому из-них было дано уникальное имя с помощью команды: *label*, чтобы создать ссылки на эти формулы для быстрого перехода на них, когда текст на них ссылается. Ссылки были выполнены с помощью команды:*ref*. Для формул же было использовано окружение *figure* и его аналоги в виде двойных долларов для выделенных формул и одинарные доллары для включенных в текст формул. Было изучено и использовано множество специальных символов таких как *figure*. Также были подключены и использованы различные пакеты, например пакет *amsmath*.

1.2 Задание 3

Задание заключалось в создании изображения кривой в декартовых координатах и размещении его в документе выполненого задания номер 2. Сначало система Gnuplot была подготовлена для вывода полученного графика в формате *.pdf* с помощью команд:*set terminal* и *output*. Сам график был создан с помощью команды: *plot*, а выбран для отрисовки был *x*sin(x)*. Далее для внесения созданного графика был подключен пакет *graphicx*, затем было создано окружение *figure*. Уже в нем был сначала отцентровано место под график и наконец внесен график с помощью команды *includegraphics*.

2 Результаты работы

2.1 Задание 2

$$4.\ \ \alpha \neq 1, \quad \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha} \underset{(29.1)}{=} \lim_{\eta \to +\infty} \int_1^{\eta} \frac{dx}{x^\alpha} = \lim_{\eta \to +\infty} \frac{x^{1-\alpha}}{1-\alpha}\bigg|_1^{\eta} =$$

$$= \begin{cases} +\infty, & \text{если } \alpha < 1 \\ \frac{1}{\alpha - 1}, & \text{если } \alpha > 1 \end{cases}$$

Итак, интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha}$ сходится при $\alpha > 1$ и расходится при $\alpha \leqslant 1$.

29.2 Формулы интегрального исчисления для несобственных интегралов. В силу свойства предела функций и определния значения несобственного интегралла как предела функции, являющейся инегралом Римана с переменным пределом интегрирования, на собственные интегралы предельным переходом переносятся многие свойства определенного интеграла.

В дальнейшем в этом параграфе для простоты в вопросах теории будем рассматривать случай несобственного интеграла от функций, определенных на полуинтервале [a,b) и интегрируемых по Риману на любом отрезке $[a, \eta]$, $-\infty < a \leq \eta < b \leq +\infty$ (определение (29.1)), если, конечно, специально не оговорено что-либо другое.

Аналогичные определения и теоремы для интегралов (29.4) и (29.5) читатель без труда сформулирует самостоятельно.

Для общего несобственного интеграла (29.6) утверждения, аналогичные тем, которые будут сформулированы ниже для интеграла вида (29.1), также справедливы и в случае необходимости могут быть сформулированы читателем.

1 *Ф о р м у л а Н ь ю т о н а - Л е й б н и ц а. Если функция f непрерывна на промежутке [a,b) и Φ - какая-либо ее первообразная, то*

$$\int_a^b f(x)dx = \Phi(b-0) - \Phi(a). \tag{1}$$

В этом равенстве либо обе части одновременно имеют смысл, и тогда они равны, либо они одновременно не имеют смысла, т. е. стоящие в них пределы не существуют.

$\triangleright$ Справедливость формулы (1) следует из того, что для любого $\eta \in [a,b)$, согласно формуле Ньютона-Лейбница для интеграла Римана (теорема 3 из 25.2), имеет место равенство

$$\int_a^\eta f(x)dx = \Phi(\eta) - \Phi(a). \tag{2}$$

Из него следует, что предел $\lim_{\eta\to b}\int_a^\eta f(x)dx$ существуют тогда и только тогда, когда существуют предел $\lim_{\eta\to b}\Phi(\eta)$, причем, если эти пределы существуют, то, придя в равенство (2) к пределу при $\eta \to b$, получим формулу (1) $\triangleleft$

2 *Л и н е й н о с т ь и н т е г р а л а. Если несобственные интегралы $\int_b^a f(x)dx$ и $\int_a^b g(x)dx$ сходятся, то для любых чисел λ и μ несобственный интеграл $\int_a^b[\lambda f(x)+\mu g(x)]dx$ также сходятся и*

$$\int_a^b[\lambda f(x)+\mu g(x)]dx = \lambda\int_a^b f(x)dx + \mu\int_a^b g(x)dx. \tag{3}$$

$\triangleright$ Действительно, на основании соответствующих свойств предела и линейности интеграла Римана имеем

$$\int_a^b[\lambda f(x)+\mu g(x)]dx \underset{(29.1)}{=} \lim_{\eta\to b}\int_a^\eta[\lambda f(x)+\mu g(x)] =$$
$$= \lim_{\eta\to b}[\lambda\int_a^\eta f(x)dx + \mu\int_a^\eta g(x)dx] = \lambda\lim_{\eta\to b}\int_a^\eta f(x)dx + \mu\lim_{\eta\to b}\int_s^\eta gxdx \underset{(29.1)}{=}$$
$$\underset{(29.1)}{=} \lambda\int_a^\eta f(x)dx + \mu\int_a^\eta g(x)dx. \ \triangleleft$$

3 *И н т е г р и р о в а н и е н е р а в е н с т в. Если интегралы $\int_a^b f(x)dx$ и $\int_a^b g(x)dx$ сходятся и для всех $x \in [a,b)$ выполняется неравенство $f(x) \leqslant g(x)$,то*

$$\int_a^b f(x)dx \leqslant \int_a^b g(x)dx. \tag{4}$$

$\triangleright$ В силу соответсвующего свойства интеграла Римана (см. следствие свойства 6° в п. 24.1) для любого $\eta \in [a,b)$ выполняется неравенство

$$\int_a^\eta f(x)dx \leqslant \int_a^\eta g(x)dx.$$

Перейдя в нем к пределу при $\eta \to b$, получим неравенство (4). $\triangleleft$

Аналогичным образом, исходя из соответствующих свойств итеграла Римана, с помощью предельного перехода доказываются и следующие два свойства несобственных интегралов (проведение доказательств которых предоставляется читателю).

4 *Правило замены переменной. Если функция $f(x)$ непрерывна на полуинтервале $\triangle_x = [a, b)$,функция $\phi(t)$ непрерывно дифференцируема на полуинтервале $\triangle_t = [\alpha, \beta)$, $-\infty < \alpha < \beta \leqslant +\infty$, и выполняются условия*

$$\psi(\triangle_t) \subset \triangle_x, a = \psi(\alpha), b = lim_{t \to \beta}\psi(t),$$

то

$$\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(\psi(t))\psi'(t)dt, \tag{5}$$

причем из существования интеграла, стоящего слева в этом равенстве, следует существование интеграла, стоящего справа.

Если функция ψ такова, что обратная функция ψ^{-1} однозначна и удовлетворяет условиям, аналогичным условиям, наложенным на функцию ψ , и, следовательно, в интеграле, стоящем в правой части равенства (5), можно сделать замену переменной $t = \psi^{-1}(x)$, то оба интеграла в этом неравенстве сходятся или расходятся одновременно.

С помощью замены переменной из условий сходимости интегралов, рассмотренных в примерах 1 и 2 п.29.1, следует, что интегралы $\int_a^b \frac{dx}{(x-a)^\alpha}$ $\int_a^b \frac{dx}{(b-x)^\alpha}$, $-\infty < a < b < +\infty$, сходятся при $a < 1$ и расходятся при $a \geqslant 1$. В самом деле, первый интеграл с помощью замены переменной $t = x - a$, а второй с помощью $t = b - x$ приводятся к интегралу $\int_0^{b-a} \frac{dt}{t^\alpha}$.

5 *Правило интегрирования по частям.Если функции u и v непрерывны на промежутке $[a, b)$, а их производные кусочно непрерывны на любом отрезке $[a, \eta,\ a < \eta < b$, то*

$$\int_a^b udv = uv|_a^{b-0} - \int_a^b vdu. \tag{6}$$

При этом из существования любых двух из следующих трех пределов:

$$\int_a^b udv = \lim_{\eta \to b} \int_a^\eta udv, \quad \int_a^b vdu = \lim_{\eta \to b} \int_a^\eta vdu,$$

$$uv|_a^{b-a} = \lim_{\eta \to b} u(\eta)v(\eta) - u(a)v(a)$$

следует существование оставшегося.

Замечание. Отметим, что не все свойства интеграла Римана переносятся на несобственные интегралы. Например, интеграл от произведения двух функций может расходится в случае, когда интеграл от каждого из со множителей сходится: если $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, то интеграл...

2.2 Задание 3

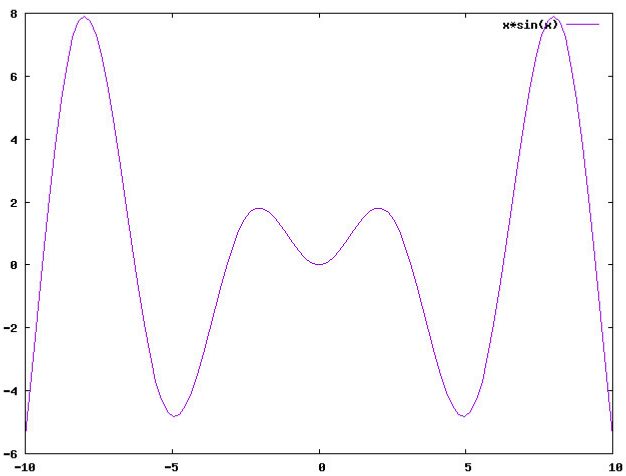

Рис. 1: x*sin(x)