Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ «Петрозаводский государственный университет»
Институт математики и информационных технологий
Кафедра информатики и математического обеспечения

Отчет по учебной практике
(компьютерные технологии в математике)

Выполнил:
Смирнов А.А. группа 22101

____

подпись

Руководитель практики:
к.т.н., доцент О. Ю. Богоявленская

____

подпись

Итоговая оценка:

____

оценка

Петрозаводск – 2023

Содержание

1 Описание работы

Во второй лабораторной работе требуется создать документ, содержащий две страницы математического текста из учебника, использууя систему Latex. Для этого нужно ознакомиться со скринкастами по набору математических формул, рубрикации текста, использованию специальных символов и оформлению новых окружений и команд. Также рекомендуется использовать дополнительные учебные пособия и интернет-ресурсы для более подробной информации.

Цель третьей лабораторной работы - ознакомление с программой для создания двух- и трехмерных графиков Gnuplot, с ее функциональностью и возможностями. Необходимо было также изучить предоставленные скринкасты о работе с Gnuplot и включить в созданный ранее в Latex документ график, построенный с помощью Gnuplot.

1.1 Задание 2

Подготовить документ, содержащий математический текст, предоставленный инструктором. (страницы берутся из Том 1, Том 2)

Разделы, если они есть, и нумерация формул должны быть оформлены автоматически.

1.2 Задание 3

С помощью интерпретатора команд gnuplot построить изображение кривой в декартовых координатах и разместить его в документе, подготовленном во время выполнения задания 2.

2 Результаты работы

2.1 Задание 2

Для выполнения второго задания я изучил правила набора математических формул, способы оформления текста, построение новых окружений. Мною была задана автоматическая нумерация формул и теорем. Также я пользовался предложенной средой overleaf для более удобного восприятия. Задание 2:

где

$$y_n - x_n \underset{(26.12)}{=} \frac{1}{2n}\frac{1}{2n+1}\left(\frac{(2n)!!}{(2n-1)!!}\right)^2 = \frac{1}{2n}x_n \underset{(26.13)}{\leqslant}$$

$$\underset{(26.13)}{\leqslant} \frac{1}{2n}\frac{\pi}{2} \to 0 \quad \text{при} \quad n \to \infty,$$

и, следовательно, $\lim\limits_{n\to\infty}(y_n - x_n)$, т.е. длины отрезков $[\mathrm{x}_n, y_n]$, содержащих точку $\pi/2$, стремятся к нулю, а это означает, что

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} y_n = \pi/2$$

Равенство $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \dfrac{\pi}{2}$ в силу первой формулы (26.12) и представляет собой формулу Валлиса.

§1 Площади и объемы

1.1. Понятие площади плоского множества. Проведем на координатной плоскости x, y для каждого $k = 0, 1, 2, \ldots$ всевозможные прямые

$$x = 10^{-k}p, \quad y = 10^{-k}q, \quad p \in Z, \quad q \in Z.$$

В результате при фиксированном k получим разбиение плоскости на замкнутые квадраты $\left\{(x, y) : 10^{-k}p \leqslant x \leqslant 10^{-k}(p+1), \quad 10^{-k}q \leqslant y \leqslant \leqslant 10^{-k}(q+1)\right\}$ со сторонами длины 10^{-k}. Квадраты, из которых состоит это разбиение, будем называть *квадратами ранга* k. Очевидно, что каждый квадрат ранга k состоит из 100 равных квадратов ранга $k+1$.

Пусть X - множество на плоскости x, y. Обозначим через $s_k = s_k(X)$ объединение всех квадратов ранга k, содержащихся в множестве X. Все квадраты ранга $k+1$, которые получаются разбиением квадратов ранга k, содержащихся в s_k, заведомо принадлежат s_{k+1}. Поэтому при переходе от k и $k+1$ множество s_k может только увеличиться за счет тех квадратов ранга $k+1$, которые содержатся в X, но не содержатся в квадратах ранга k, принадлежащих s_k. Таким образом

$$s_0 \subset s_1 \subset \ldots \subset s_k \subset \ldots \subset X. \tag{1}$$

Каждое s_k состоит из конечного или бесконечного множества квадратов ранга k. Если их конечное множество, то через μs_k обозначим площадь многоугольника s_k. Если же s_k состоит из бесконечного множества квадратов ранга k, то s_k не может иметь конечной площади. В этом случае будем писать $\mu s_k = +\infty$.

Очевидно, что если некоторое множество s_k состоит из бесконечного множества квадратов ранга k, то и для всех $k' > k$ множества $s_{k'}$ также состоят из бесконечного множества квадратов ранга k', так как уже тех квадратов ранга k', которые содержатся в квадратах ранга k, принадлежащих s_k, будет бесконечно много. Поэтому если $\mu s_k = +\infty$, то и для всех $k' > k$ имеет место $\mu s_{k'} = +\infty$.

Из включений ~refnum1 следует, что

$$\mu s_0 \leqslant \mu s_1 \leqslant \ldots \leqslant \mu s_k \leqslant \ldots, \tag{2}$$

иначе говоря, последовательность $\{\mu s_k\}$ точек, вообще говоря, расширенной числовой прямой $\bar{R}$ возрастает и потому имеет конечный или бесконечный предел $\lim\limits_{k\to\infty} \mu s_k$, называемый *площадью* или *мерой множества* X и обозначаемый μX. Таким образом,

$$\mu X \overset{\text{def}}{=} \lim_{k\to\infty} \mu s_k(X). \tag{3}$$

Согласно этому определению каждое множество на плоскости имеет конечную или бесконечную площадь. Площадь всякого ограниченного множества конечна. В самом деле, если множество X ограничено, то оно содержится в некотором многоугольнике S_0, состоящем из конечного числа квадратов нулевого ранга и имеющем поэтому конечную площадь. В силу этого при любом $k = 0, 1, 2, \ldots \quad s_k(X) \subset \subset X \subset S_0$ и, следовательно, $\mu s_k(X) \leqslant \mu S_0 < +\infty$, т. е. последовательность $\{(\mu s_k(X)\}$ ограничена сверху, а поэтому имеет конечный предел.

Иногда меру μX называют *внутренней мерой множества* X по причинам, которье будут ясны из дальнейшего.

Из курса элементарной математики известно, что если множество X является многоугольником, замкнутым или открытым (т. е. Включающим ограничивающую его ломаную или нет), кругом, его сектором или сегментом, то площади совпадают с определенными нами площадями μX.

РђРхР«СЃРхРёРө 1 *Если X_1 и X_2 - подмножества координатной плоскости переменных x, y и $X_1 \subset X_2$, то*

$$\mu X_1 \leqslant \mu X_2. \tag{4}$$

$\triangleright$ Если $s_k(X_1)$ и $s_k(X_2)$ - совокупность всех квадратов ранга k, содержащихся соответственно в множествах X_1 и $X_2, k = 0, 1, 2, \ldots$, то из условия $X_1 \subset X_2$, очевидно, следует, что $s_k(X_1) \subset s_k(X_2)$, а потому $\mu s_k(X_1) \leqslant \mu s_k(X_2)$. Переходя в этом неравенстве к пределу при $k \to \infty$, получим неравенство (4).$\triangleleft$

1.2. Пример неограниченного множества положительной конечной площади. Всякое ограниченное множество, как это было показано выше, имеет конечную площадь. Однако существуют и неограниченные множества с конечной площадью. Примером неограниченного множества нулевой площади является прямая. Приведем пример неограниченного множества с положительной конечной пло-

2.2 Задание 3

В ходе выполнения третьей лабораторной работы я ознакомился с программой Gnuplot. С помощью команды plot я построил данный график, затем задал ему толщину линий и координаты на которых он отображается. Далее я сгенерировал изображение графика в формате pdf и с помощью команд `\usepackage{graphics}` и `\includegraphics{image.pdf}` вставил его в Latex документ.

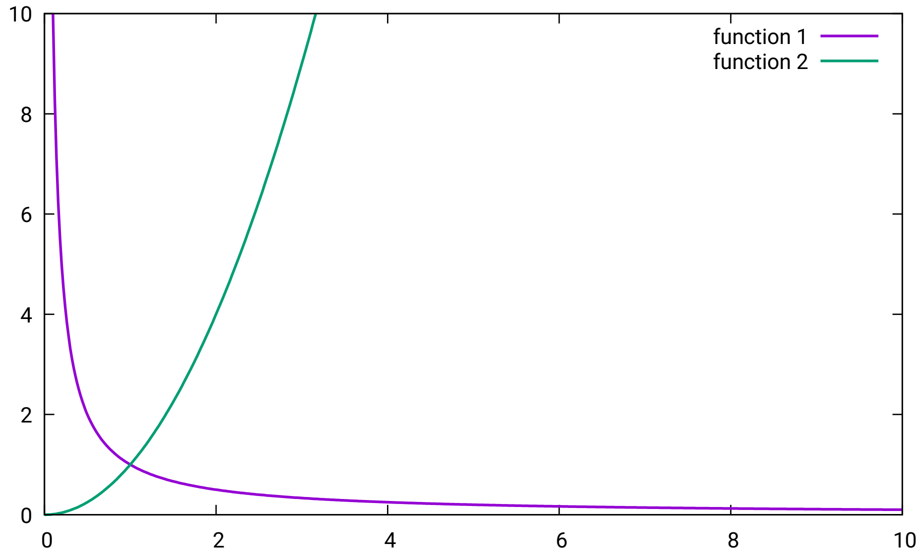

Рис. 1: пример двух кривых, построенных с помощью gnuplot