Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ «Петрозаводский государственный университет»
Институт математики и информационных технологий
Кафедра информатики и математического обеспечения

Отчет по учебной практике
(компьютерные технологии в математике)

Выполнил:
Пискунова Ю. Е. группа #22103

____
подпись

Руководитель практики:
к.т.н., доцент О. Ю. Богоявленская

____
подпись

Итоговая оценка:

____
оценка

Петрозаводск – 2023

Содержание

1 Описание работы **3**

2 Результаты работы **3**

2.1 Задание 2 3

2.2 Задание 3 5

1 Описание работы

На учебной практике выполнили две поставленные задачи. В задании номер два подготовили документ, содержащий математический текст, предоставленный инструктором. Задача состояла в изучении набора математических формул и оформлении текста. Использовали LaTeX для набора документа и создали разделы и автоматическую нумерацию формул. Также создали новые окружения для теорем, лемм и других математических объектов. В задании номер три использовали интерпретатор команд gnuplot для построения изображения кривой в декартовых координатах. Также разместили это изображение в документе, который подготовили в первой задаче, с помощью специального окружения. Скринкасты и рекомендуемые литературные источники помогли изучить все о наборе LaTex и справиться с поставленными задачами.

2 Результаты работы

2.1 Задание 2

§30 **Числовые ряды**

30.1. Определение ряда.
Определение 1. Пара последовательностей $\{u_n\}$ и $\{s_n\}$, где u_n, $s_n \in$ C, п = 1,2,...,

$$s_n = u_1 + u_2 + ... + u_n, n = 1, 2, .. \tag{1}$$

называется *рядом* (а также *бесконечной суммой*) и обозначается

$$u_1 + u_2 + ... + u_n + ...$$

или

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_n. \tag{2}$$

Элементы последовательности $\{u_n\}$ называются *членами ряда*, а элементы последовательности $\{s_n\}$ его *частичными суммами*.

Если существует конечный предел

$$\lim_{n\to\infty} s_n = s, \tag{3}$$

то он называется *суммой ряда*. В этом случае ряд называется *сходя- щимся* и пишут

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_n = s.$$

Если последовательность частичных сумм s_n не стремится к конечному пределу, то ряд (2) называется *расходящимся*.

Очевидно, что

$$u_1 = s_1, u_n = s_n - s_{n-1}, n = 2, 3, ..$$

Из формул (1) и (3) видно, что каждая из последователь- ностей $\{u_n\}$ и $\{s_n\}$ однозначно определяет другую. Таким образом,чтобы задать ряд (2), достаточно задать одну из последовательностей $\{u_n\}$ или $\{s_n\}$. В этом смысле изучение рядов равносильно из нию последовательностей.

Часто нумерацию членов ряда производят не натуральными числами, а целыми, начиная с нуля, т.е. числами 0,1,2,..., а иногда - начиная с некоторого целого $n_0, n_0 + 1, ..$

Примеры. 1. Примером сходящегося ряда является ряд

$$\sum_{n=0}^{\infty} q_n, \tag{4}$$

членами которого являются элементы геометрической прогрессии $\{q^n\}, q \in C, |q| < 1$. В самом деле, в этом случае

$$s_n \overset{def}{=} \sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n-1}}{1-q}, n = 0, 1, 2, ...,$$

и потому

$$\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1-q^{n-1}}{1-q} = \lim_{n\to\infty} (\frac{1}{1-q} - \frac{q^{n+1}}{1=q}) = \frac{1}{1-q} - \frac{1}{1-q} \lim_{n\to\infty} q^n = \frac{1}{1-q}. \tag{5}$$

Следовательно, ряд (3) при $|q| < 1$ сходится и

$$\sum_{n=0}^{\infty} q_n = \frac{1}{1-q}.$$

2. Примером расходящегося ряда является ряд, все члены которо-го равны единице: $u_n = 1, n = 1, 2, ...$ В этом случае $s_n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = n$, поэтому

$$\lim_{n\to\infty} = +\infty.$$

30.2. Свойства сходящихся рядов. *Если ряд сходится, то последовательность его членов стремится к нулю.*

$\triangleright$ Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ сходится, т.е. существует конечный предел $\lim_{n\to\infty} s_n = s$ его частичных сумм, то из равенства

$$u_n = s_n - s_{n-1}, n = 2, 3, ...,$$

следует, что

$$\lim_{n\to\infty} u_n = \lim_{n\to\infty} s_n - \lim_{n\to\infty} s_{n-1} = s - s = 0. \triangleleft$$

Пример. (4), членами которого являются члены геометрической прогрессии $\{q^n\}$, в случае, когда знаменатель прогрессии q по абсолютной величине не менее единицы, т. е. $|q| \geq 1$, q $\in$ C , расходится, так как последовательность его членов $\{q^n\}$ не стремится к нулю, ибо $|q^n| \geq 1$.

Если ряды $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ сходятся, то для любых $\lambda \in C$ ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \lambda u_n + \mu v_n$ сходится и

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda u_n + \mu v_n = \lambda \sum_{n=1}^{\infty} u_n + \mu \sum_{n=1}^{\infty} v_n.$$

$\triangleright$

Положим $s_n = \sum_{k=1}^{n} u_k, \sigma_n = \sum_{k=1}^{n} v_k$, тогда

$$\sum_{k=1}^{n} \lambda u_k + \mu v_k = \lambda s_n + \mu \sigma_n.$$

Если ряды $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ сходятся, т.е. существуют конечные пределы $\lim_{n\to\infty} s_n = \sum_{n=1}^{\infty} u_n$ и $\lim_{n\to\infty} \sigma_n = \sum_{n=1}^{\infty} v_n$, то существует и конечный предел

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \lambda u_k + \mu v_k = \lambda \lim_{n\to\infty} s_n + \mu \lim_{n\to\infty} \sigma_n = \lambda \sum_{n=1}^{\infty} u_n + \mu \sum_{n=1}^{\infty} v_n$$

, что и означает справедливость утверждения теоремы.

Определение 2. Для рядя $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} u_{n+k}$$

называется n-м остатком данного ряда.

Если n-и остаток ряда сходится, то его сумму будем обозначать $\{r_n\}$, т.е. Если ряд сходится, то и любой его остаток сходится. Если какой-то остаток ряда сходится, то сам ряд также сходится, причем, если

$$s = \sum_{n=1}^{\infty} u_n, s_n = \sum_{k=1}^{n} u_k, r_n = \sum_{k=1}^{\infty} u_{n=k}, \tag{6}$$

то при любом n=1,2,...

$$s = s_n + rn. \tag{7}$$

▷

Пусть s_n и $s_m^{(n)}$ являются соответственно n-й частичной суммой ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ и m-й частичной суммой его остатка (2):

$$s_n = u_1 + u_2 + ... + u_n, s_m^{(n)} = u_{n+1} + u_{n+2} + ... + u_{n+m};$$

тогда

$$s_{n+m} = s_n + s_m^{(n)}.$$

На рисунке 1 изображен график функции $log(x)$

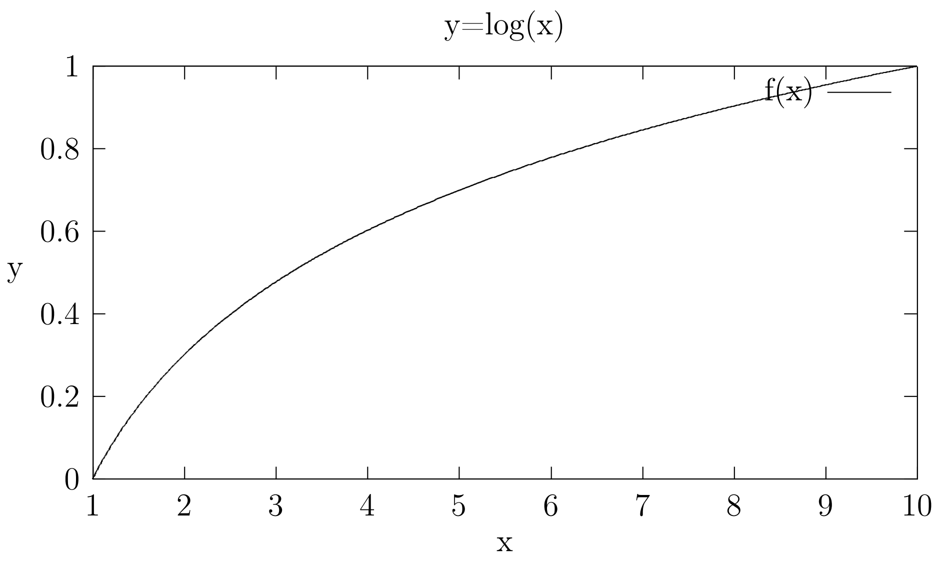

Рис. 1: y=log(x)

2.2 Задание 3

На рисунке 1 представлен график