Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ «Петрозаводский государственный университет»
Институт математики и информационных технологий
Кафедра информатики и математического обеспечения

Отчет по учебной практике
(компьютерные технологии в математике)

Выполнил:
Кондпроев Д. А. Группа 22104

____
подпись

Руководитель практики:
Старший преподователь В. М. Димитров

____
подпись

Итоговая оценка:

____
оценка

Петрозаводск – 2023

Содержание

1 Описание работы

Задание 2 представляет собой набор текста, включающий в себя большое количество математических формул, специальных символов и синтаксиса LaTex. Оно учит использовать такие окружения как equation в среде LaTex для создания практичных записей математических формул, а также и учит работать с форматом текста. Задание 3 С помощью интерпретатора команд gnuplot я построил изображение кривой в декартовых координатах и разместил его в документе, подготовленном в задании 2. Это задание научило меня работать с программой gnuplot для создания графиков, а также использование их в среде LaTex для создания более подробных документов.

2 Результаты работы

2.1 Задание 2

Отсюда

$$z = x + y * i = r(cos\varphi + isin\varphi). \tag{2.7}$$

Правая часть этого равенства называется *тригонометрической формой записи комплексного числа z.* Мы будем ее употреблять и для $z = 0$; в этом случае $r = 0$, а φ может принимать любое значение - аргумент числа 0 не определен. Итак, всякое комплексное число можно записать в тригонометрической форме.

Ясно также , что если комлексное число z записанно в виде $z = r(cos\varphi + isin)$,$r \geq 0$, то число r является его модулем (ибо $r = \sqrt{(rcos\varphi)^2 + (rsin\varphi)^2}$), а φ - одним изи значений его аргумента.

Запись операций умножения, деления и возведения в степень в тригонометрической форме. Тригонометрическую форму записи комлексных чисел бывает удобно использовать при перемножении комплексных чисел, в частности, она позволяет выяснить геометрический смысл произведния комплексных чисел.

Найдем формулы для умножения и деления компрлексных чисел. Если

$$z_1 = r_1(cos\varphi_1 + isin\varphi_1), z_2 = r_2(cos\varphi_2 + isin_2),$$

то по правилу умножения комплексных чисел получим

$$z_1z_2 = r_1r_2[(cos\varphi_1cos\varphi_2 - sin\varphi_1sin\varphi_2) + i(cos\varphi_1sin\varphi_2 + sin\varphi_1cos\varphi_2)] = r_1r_2[cos(\varphi_1+\varphi_2) + isin(\varphi_1+\varphi_2)].$$

Таким оразом, при умножении комплексных чисел их абсолютные величины пермножаются, а аргументы складываются:

$$|z_1z_2| = |z_1||z_2|, arg(z_1z_2) = argz_1 + argz_2 \tag{2.8}$$

(второе равенство является равенством двух множеств). Отметим, что эту простую формулу для аргумента произведения комплексных чисел нельзя было написать, если бы мы с самого начала ограничились однозначным выбором аргументов комплексных чисел, например, спомощью неравенств

$$-\pi < arg \leq \pi, \tag{2.9}$$

так как сумма $argz_1 + argz_2$ могла бы уже не удволетворять этому неравенству, хотя $argz_1$ и $argz_2$ ему удовлетворяли. Применив последовательно формулы (2.8) к произведению n комплексных чисел $z_1, z_2, ..., x_n$, получим

$$|z_1z_2...z_n| = |z_1||z_2|...|z_n|,$$

$$arg(z_1z_2...z_n) = argz_1 + argz_2 + ... + arg_n.$$

Если $z_1 = z_2 = ... = z_n$, то из полученных равенств следует, что

$$|z^n| = |z|^n, argz^n = nargz + 2\pi k, k = 0, \pm1, \pm2.. \tag{2.10}$$

Следует обратить внимание на то, что втораая формула (2.10) пред ставляет собой равенство множеств: еслиφ - какое-ибо значение агрумента числаz и следовательно, $n\varphi$ - значение аргумента z^n, то левая часть равенства состоиз из всех чисел вида

$$n\varphi + 2, m = 0, \pm 1, \pm 2, ...,$$

а правая - из всех чисел вида

$$n(\varphi + 2) + 2 = n\varphi + 2\pi(nm + k)$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, ..., k = 0 \pm 1, \pm 2, ...$$

Нетродно убедится, что все эти два множества состоят из одних и техже чисел. Отсюда видно,что $argz^n! = nargz^n$, так как здесь правая часть состоит лишь из чисел вида 2,т. е. чисел кратных 2π, а лишь чисел, кратных 2. Отметим еще, что формула(2.10) равнасильна удтверждению: если

$$\varphi \in argz$$

,то

$$n\varphi \in argz^n \tag{2.11}$$

поэтому если $z = r(cos\varphi + isin\varphi)$, то

$$z^n = r^n(cosn\varphi + isinn\varphi). \tag{2.12}$$

Отсюда для комплексного числа, абсолютная величина которого равна 1(следовательно, оно имеет вид $z = cos\varphi + isin\varphi$), получаем

$$(cos\varphi + isin\varphi)^n = cosn\varphi + isin\varphi.$$

Эта формула называется *формулой Муавра**.

Если $z = z_1/z_2, x - 2 \neq 0$,т.е $z_1 = z_2z$,то$|z_1| = |z_2||z|$ и $argz_1 = argz_2 + argz$.таким образом,

$$|z| = |z_1|/|z_2|, argz = argz_1 - argz_2.$$

Иначе говоря, при дилении комплексных чисел их модули делятся, а аргументы вычитаются.

Извлечение корня. Если n - натуральное число, $z \in C$, то *корнем n-й степени* $\sqrt[n]{z}$ из комплексного числа z называется такое число w, что

$$\omega^n = z \tag{2.13}$$

Например, числа i и $-i$ являются корнями степени 2 (квадратными корнями) из числа z = -1, так как $i^2 = -1$ и $(-i)^2 = -1$. На этом примере уже видно, что число $\sqrt[n]{z}$ определено неоднозначно: для z = -1 может быть $\sqrt{-1} = i$, а может бфть и $\sqrt{-1} = -i$,при этом, в отличие от области действительных чисел, когда можно было рассматривать положительные и отрицательные значения корня, говорить о знаке корня в комплексной области нельзя, так ак существенно комплексные числа не разбиваются на положительные и отрицательные: у существенно комплексного числа "нет знака". Поэтому при употреблении записи $\sqrt[n]{z}, z \in C$, всегда надо отдавать себе отчет в том, что именно в рассматриваемом случае означает сбой символ $\sqrt[n]{z}$.

Если $z = r(cos\varphi + isin\varphi), \omega = \rho(cos\psi + isin\psi)\omega^n = z$, то

$$\rho^n(cosn\psi + isinn\psi) = r(cos\varphi + isin\varphi).$$

(2.13)(2.12)$\rho^n = r$, а следовательно $\rho = \sqrt[n]{r}$, где корень n-й степени понимаеться варефмитическом смысле, т.е. $\rho \geq 0$, и

$$n\psi = \varphi + 2\pi k, k = 0, \pm 1, \pm 2...,$$

или

$$\psi = \frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n}k, k = 0, 1, ..., n-1, \tag{2.14}$$

так как при $k = n$ получим $\psi_k = \frac{\varphi}{n} + 2\pi$, т.е. значение аргумента ψ_nотличается от значений агрумента $\psi_0 = \frac{\varphi}{n}$ на 2π и при остальных значениях k будут получаться значения угла ψ,отличающиеся от одного из значений $\psi_k, k = 0, 1, ..., n-1$, на крвтное числа 2π, а поэтому соответствующее значение корня будет совпадать с одним из чисел

$$w_k = \sqrt[n]{r}(cos\psi_k + isin\psi_k), k = 0, 1, ..., n-1 \tag{2.15}$$

Таким образом, корень n-й степени из числа $z = r(cos\varphi + isin\varphi)$ имеет n значений $\psi_k, k = 0, 1, ..., n-1$,для которых справедливы формулы (2.14) и (2.15). Все значения корня $\sqrt[n]{z}$ имеют одинаковые модули $\sqrt[n]{r}$,а аргумент ψ_k корня w_k получается из аргумента w_{k-1}корня $w_{r-1}, k = 1, 2, ..., n-1$ так же, как и арг $\psi_0 = \varphi\ n$ корня w_0, - из аргументаψ_{n-1} корня w_{n-1} прибавлением числа $2\pi\ n$. Отсюда следует, что если начало всех векторов $w_k, k = 0, 1..., n-1$, поместить в начало координат, то их концы будут находиться в вершинах правильного n-угольника. На рис. 11 изображены корни $\sqrt[6]{-1}$

Сопряженные комплексные числа. Для каждого комплексного числа $z = x + yi$ число $x - yi$ называется ему *сопряженнм* и обозначается $\vec{z}$. Геометрический вектор $\vec{z}$ симметричен с вектором z

2.2 Задание 3

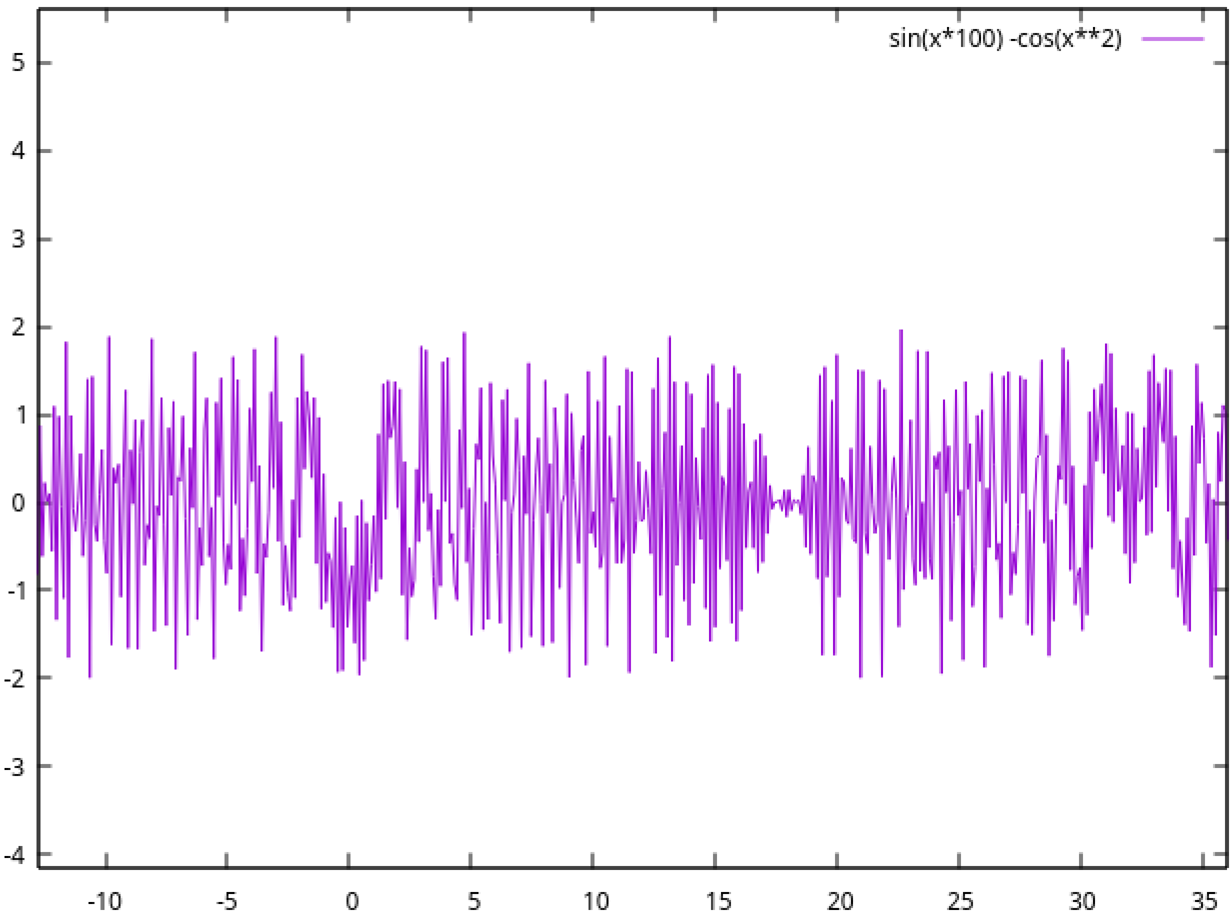

Рис. 1: graph