Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ «Петрозаводский государственный университет»
Институт математики и информационных технологий
Кафедра информатики и математического обеспечения

Отчет по учебной практике
(компьютерные технологии в математике)

Выполнил:
Калинина М. С. группа 22103

____
подпись

Руководитель практики:
преподаватель И. В. Сосновский

____
подпись

Итоговая оценка:

____
оценка

Петрозаводск – 2023

Содержание

1 Описание работы

Я выполнила две задачи. В задании номер два я подготовила документ, содержащий математический текст, предоставленный инструктором. Я использовала LaTeX для набора документа и создала разделы и автоматическую нумерацию формул. Я также создала новые окружения для теорем, лемм и других математических объектов. В задании номер три я использовала интерпретатор команд gnuplot для построения изображения кривой в декартовых координатах. Я также разместила это изображение в документе, который я подготовила в первой задаче. Все это время я смотрела скринкасты и использовала учебники из предложенной литературы.

2 Результаты работы

2.1 Задание 2

§1 **Функции и множества.**

1.1. Множества. Напомним некоторые обозначения, часто употребляемые в математике, и дополним их некоторыми новыми, быть может, не встречавшимися раньше читателю. Большими буквами, как правило, будем обозначать множества: A, B, C, X, Y, малыми - их элементы: a, b, c, x, y, ... и т. д. Запись A = {a, b, c,...} означает, что множество A состоит из элементов a, b, c, ..., а запись A = {x : ...} или A = {x|...} означает, что множество A состоит из всех таких элементов x, которые удовлетворяют условию, написанному после двоеточия или соответственно после вертикальной черты (двоеточие и вертикальная черта в этом случае читаются как "таких что").

Отметим следующее: запись A = {a} может означать либо, что множество A состоит из одного элемента a, либо, что оно состоит из множества каких-то элементов, каждый из которых обозначен буквой a. Какой именно из указанных двух случаев имеет место, будет всегда ясно из контекста.

Через a $\in$ A и A $\ni$ a, а обозначается принадлежность элемента a множеству A, а a $\notin$ A или A $\not\ni$ a означает, что элемент a не принадлежит множеству A. Для удобства вводится понятие пустого множества, которое обозначается символом $\oslash$. *Пустое множество* не содержит элементов. Символы A $\subset$ B и B $\supset$ A выражают собой включение множества A в множество B. В этом случае множество A называется *подмножеством* множества B. В частности, здесь возможен случай A = B. Если A $\subset$ B и A $\neq$ B, то A называется *собственным подмномножеством* множества B.

Символом A $\cup$ B обозначается *объединение* множеств A и B; т. е. множество всех элементов, каждый из которых принадлежит хотя бы одному из множеств A и B, символом A $\cup$ B $-$ *пересечение* множеств A и B, т. е. множество всех элементов, принадлежащих одновременно A и B; символом A $\setminus$ B $-$ разность множеств A и B, т. е. множество всех элементов, принадлежащих множеству A, но не принадлежащих множеству B (рис. 1).

В случае семейства множеств $\{A_\alpha\}$, $\alpha \in$, где $-$ некоторое множество индексов α, символом $\bigcup\limits_{\alpha} A_\alpha$ обозначается объединение всех множеств A_α, $\alpha \in$, а символом $\bigcap\limits_{\alpha} A_\alpha$ $-$ их пересечение.

Вместо слов “ существует” , “ найдется” , “ имеется” в логических формулах употребляется символ $\exists$ (перевернутая первая буква английского слова exist $-$ существовать), называемый *символом существования*, а вместо слов “ любой” , “ каждый” , “ произвольный” ,“ какой бы forани” $-$ символ $\forall$ (перевернутая первая буква английского слова all $-$ “ все”), называемый *символом всеобщности.* Так, запись $\exists$x читается “ существует x” , а запись $\forall$x $-$ “ любое x” , или “ для любого x” или “ для всех x”˙ответственно запись $\exists$x, $\exists$y, или, короче, $\exists$x,y означает “ существуют x и y” , а запись $\forall$x, $\forall$y, или, короче, $\forall$x,y “ любые x и y” или “ для любых x и y” .

Знак $\Rightarrow$ означает " следует" , " вытекает" , а знак $\Leftrightarrow$ – " равносильно" . В этих обозначениях формула

$$A \subset B \Leftrightarrow (x \in A \Rightarrow x \in B)$$

означает, что утверждение " множество A является подмножеством множества B" равносильно утверждению " из того, что элемент x принадлежит множеству A, следует, что он принадлежит множеству B": Символ $\stackrel{\text{def}}{=}$ означает определение выражения, стоящего слева от этого символа (def – первые три буквы английского слова definition, что означает " определение,"). Например, определение объединения $\bigcup\limits_{\alpha} A_\alpha$ и пересечения $\bigcap\limits_{\alpha} A_\alpha$ системы множеств A_α, можно записать в виде формул следующим образом:

$$\bigcup_{\alpha} A_\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \{x : \exists \alpha, x \in A_\alpha\}, \quad \bigcap_{\alpha} A_\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \{x : \forall \alpha x \in A_\alpha\}.$$

Определение часто используемого в математике символа $\sum\limits_{k=1}^{n} a_\alpha$ для обозначения суммы слагаемых a_k можно записать следующим образом:

$$\sum_{k=1}^{n} a_\alpha \stackrel{\text{def}}{=} a_1 + a_2 + ... + a_n.$$

Знак тождества между двумя уже ранее введенными символами означает, что они обозначают один и тот же объект. Например,

$$\sum_{k=1}^{n} a_\alpha \equiv a_1 + a_2 + ... + a_n.$$

Наконец, символами $\triangleright$ и $\triangleleft$ будут отмечаться начало и конец доказательства высказываемого утверждения.

1.2. Функции. Наряду с понятиями множества и элемента в ма- тематике первичным понятием является понятие соответствия. Это понятие неявным образом присутствует и в понятии множества, по- скольку понятие множества предполагает, что каждый элемент данного множества обладает определенным свойством, отличающим его от элементов, не входящих в это множество. Иначе говоря, каждому из рассматриваемых элементов поставлено в соответствие некоторое свойство, позволяющее судить о том, является этот элемент элементом данного множества или нет.

Среди всевозможных соответствий важную роль в математике играют соответствия, называемые функциями. Опишем эти соответствия.

Пусть заданы непустые множества X и У. Соответствие, прико тором каждому элементу x ∈ X соответствует единственый элемент y ∈ Y, называется *функцией*, заданной (определенной) на множествее X со значениями в множестве Y, или *отображением множества* X *в множество* Y. Такая функция (такое отображение) обозначается с помощью некоторой буквы, например, буквы f, одним из следующих способов:

$$y = f(x),\ x \in X,\ f = X \to Y,\ f : x \mapsto y,\ x \in X,\ y \in Y.$$

Наряду с терминами " функция" , " отображение" употребляются равнозначные термины " преобразование" , " морфизм" .

Элемент x ∈ X называется *независимым переменным* или *аргументом*, а соответствующий элемент y ∈ Y – *зависимым переменным*. Множество X называется *множеством задания (определения)* функции f, а множество тех y ∈ Y, каждый из которых поставлен в соответствие хотя бы одному x ∈ X, – *множеством значений* функции f и обозначается Y_f. Очевидно, $Y_f \subset$ У. Если $Y_f =$ Y, то отображение f называется *отображением* X

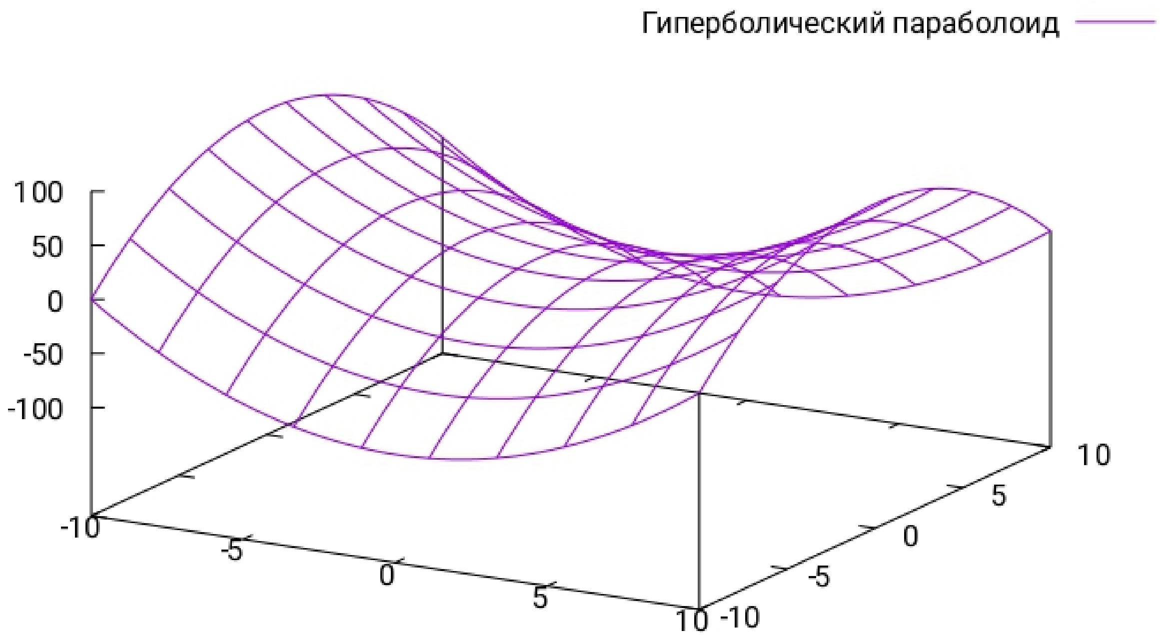

Рис. 1: Это график

на множество Y или *сюръекцией.* Если при x $\neq$ x' выполняется неравенство f(x) $\neq$ f(x'), то отображение f называется *взаимно однозначным отображением* X на У или *инъекцией.* Если f является взаимно однозначным отображением X на у, т. е. является одновременно сюръекцией и инъекцией, то оно называется *биекцией.*

Если задано отображение f: X $\rightarrow$ Y, то элементы множеств X и Y часто называются "точками".

Символом f(x) обозначается как сама функция, так и элемент, соответствующий элементу x при этой функции. Обозначение одним и тем же символом f(x) как самой функции, так и ее значения в точке x не приводит к недоразумениям, так как всегда из контекста ясно, о чем идет речь.

Значение функции f в точке x_0 обозначается также f(x_0)x_0.

Если f: X $\rightarrow$ Y и E $-$ подмножество множества x $\in$ X, то функция f_E: E $\rightarrow$ Y, такая что для каждого x $\in$ E выполняется равенство

$$f_E(x) = f(x), \tag{1}$$

называется *сужением функции f на множество* E.

2.2 Задание 3

На рисунке 1 представлен график.