Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ «Петрозаводский государственный университет»
Институт математики и информационных технологий
Кафедра информатики и математического обеспечения

Отчет по учебной практике
(компьютерные технологии в математике)

Выполнил(-а):
Гернер Варвара Андреевна группа 22101
____
подпись
Руководитель практики:
к.т.н., доцент О. Ю. Богоявленская
____
подпись
Готовая оценка:
____
оценка

Петрозаводск — 2023

Содержание

1 Описание работы

В конце курсе по LaTeX я научилась многому. В первую очередь хочу сказать, что LaTeX довольно удобная среда для набора математических формул, отличная замена Microsoft Office Word. В течение этого курса мы выполняли две лабораторные работы, которые учили нас обращаться с различными формулами. так же я научилась строить графики, добавлять изображения в документ, оформлять страницы, создавать окружения для теорем, рабоать с формулами и знаками и многое многое другео.В третьей лабораторной работе нужно было подготовить документ, содержащий математический текст, предоставленный инструктором. Так же вставка в документ рисунка, нарисованного с помощью интерпретатора Gnuplot. С помощью скринкастов преподавателя и различный учебников по LaTeXу я научилась рисовать график и с помощью специального окружения $begin\{figure\}$ и $end\{figure\}$ добавлять этот графиик в основной документ. Таким образом, учебная практика помогла освоить и этот этап в программировании, в работе с различными файлами/документами. Итак, хочу сказать, что с помощью курса по дисциплине LaTeX я освоила и приобрела новые, полезные навыки в работе с этой средой. Я считаю, что это бцдет полезно не только математикам, но и ребятам, с других направлений, так так это очень удобно. И LaTeX довольно легок в изучении. Чтож, хочу представить Вам свою работу за эти полгода. Там Вы сможете увидеть все задания, а так же их результаты.

1.1 Задание 2

Подготовить документ, содержащий математический текст, предоставленный инструктором. (страницы берутся из Том 1, Том 2)

Скринкаст о наборе математических формул.

Скринкаст о рубрикации текста и специальных абзацах.

Скринкаст об оформлении новых окружений (теоремы, леммы и пр.) и команд.

Внимание! Разделы, если они есть, и нумерация формул должны быть оформлены автоматически.

1.2 Задание 3

С помощью интерпретатора команд gnuplot построить изображение кривой в декартовых координатах и разместить его в документе, подготовленном во время выполнения задания 2.

Скринкасты о работе с gnuplot: Первый, Второй .

Плавающие объекты Скринкаст

2 Результаты работы

2.1 Задание 2

В результате работы с LaTeX у меня получилось подготовить документ, который содержал математический текст, формулы. Я научилась работать с математическими формулами, набирать их. Так же я научилась оформлять документ, оформлять разделы, которые являются общими для документов, так же научилась способам оформления специальных абзацев. Еще, рассмотрела и нучилась работать с новым окружениме (теоремы, леммы и пр.)

1°. Если функция f интегрируема и неотрицательна на отрезке $[a, b]$, существует точка $x_0 \in [a, b]$, в которой функция f непрерывНа, uf $f\left(x_0\right)>0$, то

$$\int_a^b f(x) d x>0$$

$\triangleright$ Если функция f непрерывна в точке $x_0 \in[a, b]$ и $f\left(x_0\right)>0$, то из очевидного неравенства $f\left(x_0\right)>\frac{f\left(x_0\right)}{2}>0$ согласно "лемме о сохранении знака"(см. следствие из следствия 2° в п. 6.7) следует, что существует такой отрезок $[\alpha, \beta]$, что $x_0 \in[\alpha, \beta] \subset[a, b], \alpha<\beta$, и для всех точек $x \in[\alpha, \beta]$ выполняется неравенство

$$f(x) \geqslant \frac{f\left(x_0\right)}{2}, \tag{1}$$

а тогда
$\int_a^b f(x) d x=\int_a^\alpha f(x) d x+\int_\alpha^\beta f(x) d x+\int_\beta^b f(x) d x \geqslant$
$\geqslant \int_\alpha^\beta f(x) d x \geqslant \beta \int_\alpha^\beta \frac{f\left(x_0\right)}{2} d x=\frac{f\left(x_0\right)}{2} \int_\alpha^\beta d x=\frac{1}{2} f\left(x_0\right)(\beta-\alpha)>0 . \triangleleft$

2°. Если функция f интегрируема на отрезке $[a, b]$, то ее абсолютная величина $|f|$ интегрируема на нем и

$$\left|\int_a^b f(x) d x\right| \leqslant \int_a^b|f(x)| d x \tag{2}$$

$\triangleright$ Прежде всего из интегрируемости функции f следует ее ограниченность, а следовательно, и ограниченность функции $|f|$. Покажем, что для функции $|f|$ выполняется критерий интегрируемости.

Заметив, что для любых двух точек $x \in[a, b]$ и $x^{\prime} \in[a, b]$ справедливо неравенство

$$\left|\left|f\left(x^{\prime}\right)\right|-|f(x)|\right| \leqslant\left|f\left(x^{\prime}\right)-f(x)\right| \tag{3}$$

рассмотрим какое-либо разбиение $\tau=\left\{x_k\right\}_{k=0}^{k=k_\tau}$ отрезка $[a, b]$. Тогда, выбирая точки x и $x^{\prime}$ из одного и того же отрезка $\left[x_{k-1}, x_k\right]$ этого разбиения, $x \in\left[x_{k-1}, x_k\right], x^{\prime} \in\left[x_{k-1}, x_k\right]$, и переходя в обеих частях неравенства 3 к верхним граням, будем иметь

$$\begin{gathered}
\omega_k(|f|)=\sup _{x, x^{\prime} \in\left[x_{k-1}, x_k\right]}\left\|f\left(x^{\prime}\right)|-| f(x)\right\| \leqslant \\
\leqslant \sup _{x, x^{\prime} \in\left[x_{k-1}, x_k\right]}\left|f\left(x^{\prime}\right)-f(x)\right|=\omega_k(f),
\end{gathered}$$

где $\omega_k(|f|)$ и $\omega_k(f)$ - колебания соответственно функций $|f|$ и f на отрезке $\left[x_{k-1}, x_k\right], k= 1,2, \ldots, k_\tau$. Поэтому

$$0 \leqslant \sum_{k=0}^{k_\tau} \omega_k(|f|) \Delta x_k \leqslant \sum_{k=1}^{k_\tau} \omega_k(f) \Delta x_k,$$

а поскольку, согласно уже упоминавшемуся критерию интегрируемости , для интегрируемой функции f выполняется условие $\lim _{|\tau| \rightarrow 0} \sum_{k=1}^{k_\tau} \omega_k(f) \Delta x_k=0$, то и $\lim _{|\tau| \rightarrow 0} \sum_{k=1}^{k_\tau} \omega_k(|f|) \Delta x_k= 0$, откуда и следует интегрируемость функции $|f|$.

Если теперь $\sigma_\tau(f)=\sum_{k=1}^{k_\tau} f\left(\xi_k\right) \Delta x_k, \quad \xi_k \in\left[x_{k-1}, x_k\right], \quad k=1,2, \ldots, k_\tau$, т. е. $\sigma_\tau(f)$ - интегральная сумма Римана функции f, то

$$\left|\sigma_\tau(f)\right|=\left|\sum_{k=1}^{k_\tau} f\left(\xi_k\right) \Delta x_k\right| \leqslant \sum_{k=1}^{k_\tau}\left|f\left(\xi_k\right)\right| \Delta x_k=\sigma_\tau(|f|) \tag{4}$$

где в правой части неравенства стоит интегральная сумма Римана функции $|f|$. Так как $\lim _{|\tau| \rightarrow 0} \sigma_\tau(f)=\int_a^b f(x) d x, \lim _{|\tau| \rightarrow 0} \sigma_\tau(|f|)=\int_a^b|f(x)| d x$, то, перейдя в неравенстве 4 к пределу при $|\tau| \rightarrow 0$, получим

$$\left|\int_a^b f(x)dx\right| \leqslant \int_a^b |f(x)|dx$$

Заметим, что если не предполагать, что $a < b$, то вместо неравенства 2 следует писать

$$\left|\int_a^b f(x)dx\right| \leqslant \left|\int_a^b\right| f(x)|dx|. \tag{5}$$

3°. Непрерывность интеграла. Если функция f интегрируема на отрезке $[a, b]$, то функции

$$F(x) \stackrel{\text{def}}{=} \int_a^x f(t)dt \tag{6}$$

$$G(x) \stackrel{\text{def}}{=} \int_x^b f(t)dt \tag{7}$$

непрерывны на этом отрезке.

С л е д с т в и е. Если функция f интегрируема на отрезке $[a, b]$, то

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{a+\varepsilon}^{b-\varepsilon} f(x)dx = \int_a^b f(x)dx, \quad 0 < \varepsilon < b - a. \tag{8}$$

$\triangleright$ Функция f, будучи интегрируемой на отрезке $[a, b]$, ограничена на нем, поэтому существует такая постоянная $c > 0$, что для всех $x \in [a, b]$ выполняется неравенство

$$|f(x)| \leqslant c \tag{9}$$

Представим интеграл $\int_a^{x+\Delta x} f(t)dt$ в виде суммы:

$$\int_a^{x+\Delta x} f(t)dt = \int_a^x f(t)dt + \int_x^{x+\Delta x} f(x)dt \tag{10}$$

(отметим, что это равенство верно как при $\Delta x \geqslant 0$, так и при $\Delta x < < 0$, лишь бы $x \in [a, b]$ и $x + \Delta x \in [a, b]$). Теперь видно, что приращение $\Delta F(x)$ функции $F(x)$ можно записать в виде

$$\begin{aligned}\Delta F(x) = F(x + \Delta x) - F(x) = \textstyle\int_a^{x+\Delta x} f(t)dt - \int_a^x f(t)dt = \\ = f(t)dt.\end{aligned} \tag{11}$$

Поэтому

$$|\Delta F(x)| = \left|\int_x^{x+\Delta x} f(t)dt\right|_5^{\leqslant} \left|\int_x^{x+\Delta x}\right| f(t)|dt|^{\leqslant} c\left|\int_x^{x+\Delta x} dt\right| = c|\Delta x|.$$

Отсюда, очевидно, сразу следует, что $\lim_{\Delta x\to 0}\Delta F(x) = 0$, т. е. непрерывность функции $F(x)$.

Непрерывность функции $G(x)$ следует из непрерывности функции $F(x)$. В самом деле, поскольку $\int_a^x f(t)dt + \int_x^b f(t)dt = \int_a^b f(t)dt$, т. е. $F(x) + G(x) = \int_a^b f(t)dt$, то

$$G(x) = \int_a^b f(t)dt - F(x) \tag{12}$$

а так как интеграл $\int_a^b f(t)dt-$ постоянная величина, то непрерывность функции F влечет за собой непрерывность функции G.$\triangleleft$

Свойство непрерывности функции F называется непрерывностью интеграла $\int_a^x f(t)dt$ по верхнему пределу интегрирования, соответственно свойство непрерывности функции G - непрерывностью интеграла по нижнему пределу интегрирования.

$\triangleright$ Для того чтобы убедиться в справедливости равенства 8, выберем какую-либо точку $c \in (a, b)$, тогда функции $\int_x^c f(t)dt$ и $\int_c^x f(t)dt$ в силу свойства 9° непрерывны соответственно в точках $x = a$ и

2.2 Задание 3

В результате работы с LaTeX у меня получилось подготовить документ, который содержал изображение кривой в декартовых координатах и разместить его в документе, подготовленном во время выполнения задания 2. Я научилась работать с интерпретатором gnuplot и узнала о плавающих объектах.

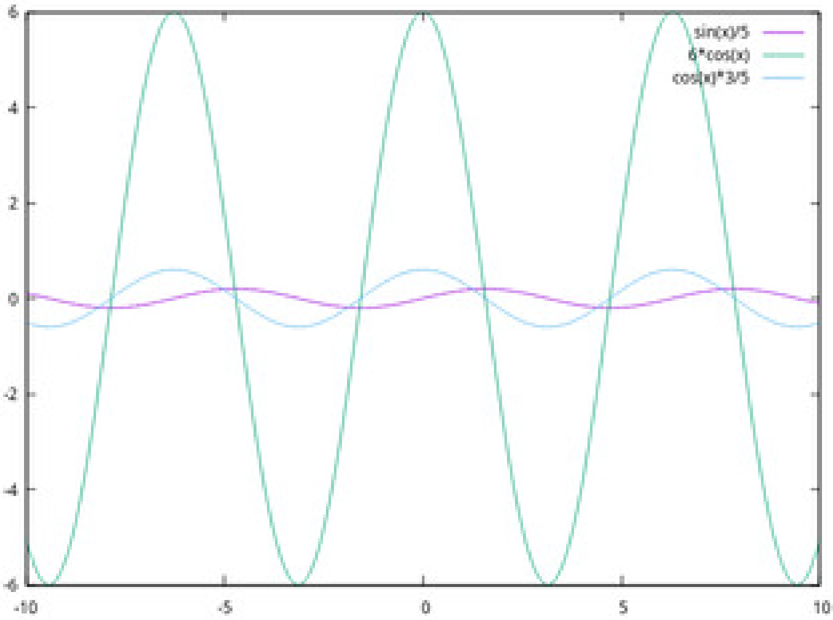

Рис. 1: plot sin(x)/5, 6*cos(x) , cos(x)*3/5