Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ «Петрозаводский государственный университет»
Институт математики и информационных технологий
Кафедра информатики и математического обеспечения

Отчет по учебной практике
(компьютерные технологии в математике)

Выполнил:
Секретарев П. Д. группа 22103

____

подпись

Руководитель практики:
к.т.н., доцент О. Ю. Богоявленская

____

подпись

Итоговая оценка:

____

оценка

Петрозаводск – 2022

Содержание

1 Отчёт по работе

Из курса обучения по учебной практике, я узнал, что существует текстовый редактор под названием LaTeX(произносится как "латэкс"или"латэх"). Я узнал основы работы в данном редакторе, которые в будущем понадобятся для работы в нём. В основном я работал в прогаммах:TexWork и LaTeXstudio. Данные программы отличаются своим удобством и интуитивно понятным интерфейсом. На курсе я узнал как правильно оформлять pdf документы. В первой лабораторной работе я научился правильно настривать пакеты, шрифты, кодировку символов. Также научился добавлять обзацы в которых применял одну группу и два специальных символа. Во второй лабораторной научился правильно писать математический текст, формулы и использовать различные окружения. Источником математического текста является книга "Краткий курс математического анализа". Материалами для обучения являлись скринкасты и различная литература. В третьей лабораторной нужно было сделать график через Gnuplot(программа для построения графиков и сохранения их в виде картинки). В Gnuplot есть предпросмотр постоенного графика, поэтому всегда можно посмотреть результат до сохранения его в PNG, EPS, SVG, JPEG, PDF и т.д.

2 Результаты работы

2.1 Задание 2

Из линейной алгебры известно, что каждый вектор раскладывается, и при этом. Коэффициенты этого разложения называются *координатами вектора относительно данного базиса*. Поэтому переход от одного базиса к другому называется *переходом от одной системы координат к другой.*

Из линейной алгебры известно также,что векторы любого ортонормированного базиса $e_1^{'}, e_2^{'}, ..., e_n^{'}$ выражаются через векторы другого такого базиса $e_1^{''}, e_2^{''}, ..., e_n^{''}$ (в частности, через векторы канонического базиса $e_1, e_2, ..., e_n$):

$$e_i^{'} = \sum_{i=1}^{n} c_{ij} e_j^{''}, \quad i = 1, 2, ..., n,$$

с помощью матрицы $C = (c_{ij}), i, j = 1, 2, ..., n$, у которой обратная матрица C^{-1} совпадает с транспонированной C^*

$$C^{-1} = C^*.$$

Такие матрицы называются *ортогональными.*

Верно и обратное утверждение: если упорядоченная система векторов выражается через некоторый ортонормированный базис с помощью ортогональной матрицы, то эта система также является ортонормированным базисом.

Если $e_1^{'}, e_2^{'}, ..., e_n^{'}$ - базис, то множество векторов $x = e_i^{'} t, -\infty < t < +\infty$, называется i-й координатной осью для рассматриваемого базиса, $i = 1, 2, ..., n$.

Для элементов $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ и $y = (y_1, y_2, ..., y_n)$ можно ввести по аналогии с формулой (33.8) понятие расстояния $\rho(x, y)$ между ними:

$$\rho(x, y) \stackrel{def}{=} |x - y|. \tag{33.22}$$

Используя формулы (33.11) и (33.15), расстояние $\rho(x, y)$ можно записать в виде

$$\rho(x, y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + ... + (x_n - y_n)^2} \tag{33.23}$$

откуда следует, что расстояние, определённое посредством формулы (33.22), в случае $n = 1, 2, 3$(см.формулы (33.1) и (33.2)) совпадает с обычным расстоянием между точками.

О п р е д е л е н и е 2 . *Множество всех упорядоченных систем $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ n действительных чисел, для которых определено по формуле* (33.22) *расстояние, называется n-мерными арифметическим евклидовым точечным пространством и также обозначается через R^n. Элементы $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ называются его точками, а числа $x_1, x_2, ..., x_n$ - их координатами. Точка $O = (0, 0, ..., 0)$ называется началом координат этого пространства, а по аналогии с векторным пространством множество точек, все координаты которых равны нулю, кроме стоящей на i-м месте, которая принимает все действительные значения: $-\infty < x_i < +\infty$, называется его i-й координатной осью, $i = 1, 2, ..., n$.*

В дальнейшем слова "арифметическое" и "евклидово" будут для краткости опускаться и будет просто говориться о векторных и точечных n-мерных пространствах (в §52 будет дано дальнейшее развитие понятия пространства).

Как в случае векторного, так и в случае точеченого n-мерного пространства число n называется *размерностью* этого пространства.

Расстояние $\rho(x, y)$ между точками x и y n-мерного пространства R^n имеет следующие свойства.

1. $\rho(x, y) \geqslant 0$, причем $\rho(x, y) = 0$ тогда и только тогда, когда $x = y$.

2. $\rho(x,y)=\rho(y,x)$.

3.
$$\rho(x,y)\leqslant\rho(x,z)+\rho(z,y). \tag{33.24}$$

(*Здесь x,y,z - произвольные точки R^n*)

Неравенство (33.24) называется *неравенством треугольника.*

Свойство 1° расстояния следует из формулы (33.22), свойства 3° скалярного произведения и того, что длина $|x-y|$ вектора $x-y$ равна нулю в том и только том случае, когда $x=y$.

Свойства 2° расстояния следует из (33.16):

$$\rho(x,y)=|x-y|=|(-1)(y-x)|=|y-x|=\rho(y,x),$$

а свойство 3° - из следствия леммы 1. В самом деле,

$$\rho(x,y)\overset{(33.22)}{=}|x-y|=|(x-z)+(z-y)|\overset{(33.20)}{\leqslant}$$

$$\overset{(33.20)}{\leqslant}|x-z|+|z-y|\overset{(33.22)}{=}\rho(x,z)+\rho(z,y).$$

В ближайших параграфах в основном будет встречаться точечное n-мерное пространство R^n. Векторная структура, которой его можно наделить, будет мало использоваться (однако именно она позволила нам компактно доказать свойства расстояния в n-мерном пространстве).

33.2. Сходимость последовательностей точек в n-мерном пространстве. Прежде всего определим понятие окрестности в n-мерном пространстве.

Определение 3 . *Пусть $x\in R^n$ и $\varepsilon>0$. Совокупность всех таких точек $y\in R^n$, что $\rho(x,y)<\varepsilon$, называется n-мерным открытым шаром радиуса ε с центром в точке x или ε-окрестностью (а иногда сферической или, правильнее, шаровой окрестностью) точки x в пространстве R^n и обозначается $U(x;\varepsilon)$.*

Таким образом,

$$U(x;\varepsilon)\overset{=}{def}\ y:y\in R^n,\rho(x,y)<\varepsilon. \tag{33.25}$$

В координатной записи это определение выглядит следующим образом:

$$U(x;\varepsilon)=\big\{y=(y_1,...,y_n):\sum_{i=1}^{n}(y_i-x_i)^2<\varepsilon^2\big\},x=(x_1,...,x_n),\varepsilon>0.$$

Если $n=1$, то $U(x;\varepsilon)=(x^{-}\varepsilon,x+\varepsilon)$ - интервал длины 2ε с центром в точке x. Если $n=2$, то $U(x;\varepsilon)$ - круг радиуса ε с центром в точке (x_1,x_2). Если же $n=3$, то $U(x;\varepsilon)$ - обычный трёхмерный шар радиуса ε с центром в точке (x_1,x_2,x_3).

Иногда бывает полезным также и понятие прямоугольной окрестности.

Определение 4 . *Множество*

$$P(x;\delta_1,...,\delta_n)=y=(y_1,...,y_n):|y_i-x_i|<\delta_i,i=1,2,...,n \tag{33.26}$$

называется *прямоугольной* (или, при $n\geqslant3$, *параллелепипедальной) окрестностью точки x.*

В частном случае ($\delta_1=\delta_2=...=\delta_n=\delta$ множество

$$P(x;\delta)\overset{=}{def}\ P(x;\delta,...,\delta) \tag{33.27}$$

называется *кубической окрестностью точки x.*

Очевидно, что если для чисел $\delta_1,...,\delta_n$ положить

$$\delta_0=min\delta_1,...,\delta_n,\quad \delta=max\delta_1,...,\delta_n,$$

то

$$P(x;\delta_0) \subset P(x;\delta_1,...,\delta_n) \subset P(x;\delta). \tag{33.28}$$

Прямоугольную окрестность $(x;\delta_1,...,\delta_n)$ называют также *n-мерным открытым параллелепипедом* или, более полно, n-мерным открытым параллелепипедом, рёбра которого параллельны координатным осям и имеют длины $2\delta_1, 2\delta_2, ..., 2\delta_n$, а $P(x;\delta)$ - *n-мерным открытым кубом* с рёбрами длины 2δ и параллельными координатными осям.

Если $n = 1$, то $P(x;\delta) = (x-\delta, x+\delta)$ - снова интервал; если $n = 2$, то $P(x;\delta_1,\delta_2)$ - прямоугольник, а $P(x;\delta)$ - квадрат, а если $n = 3$, то $P(x;\delta_1,\delta_2,\delta_3)$ - обычный трёхмерный параллелепипед, а $P(x;\delta)$ - куб.

Л е м м а 2 . Любая сферическая окрестность точки пространства R^n" содержит прямоугольную окрестность и содержится в прямо- угольной окрестности этой точки.

Любая прямоугольная окрестность точки содержит сферическую окрестность и содержится в сферической окрестности этой точки.

2.2 Задание 3

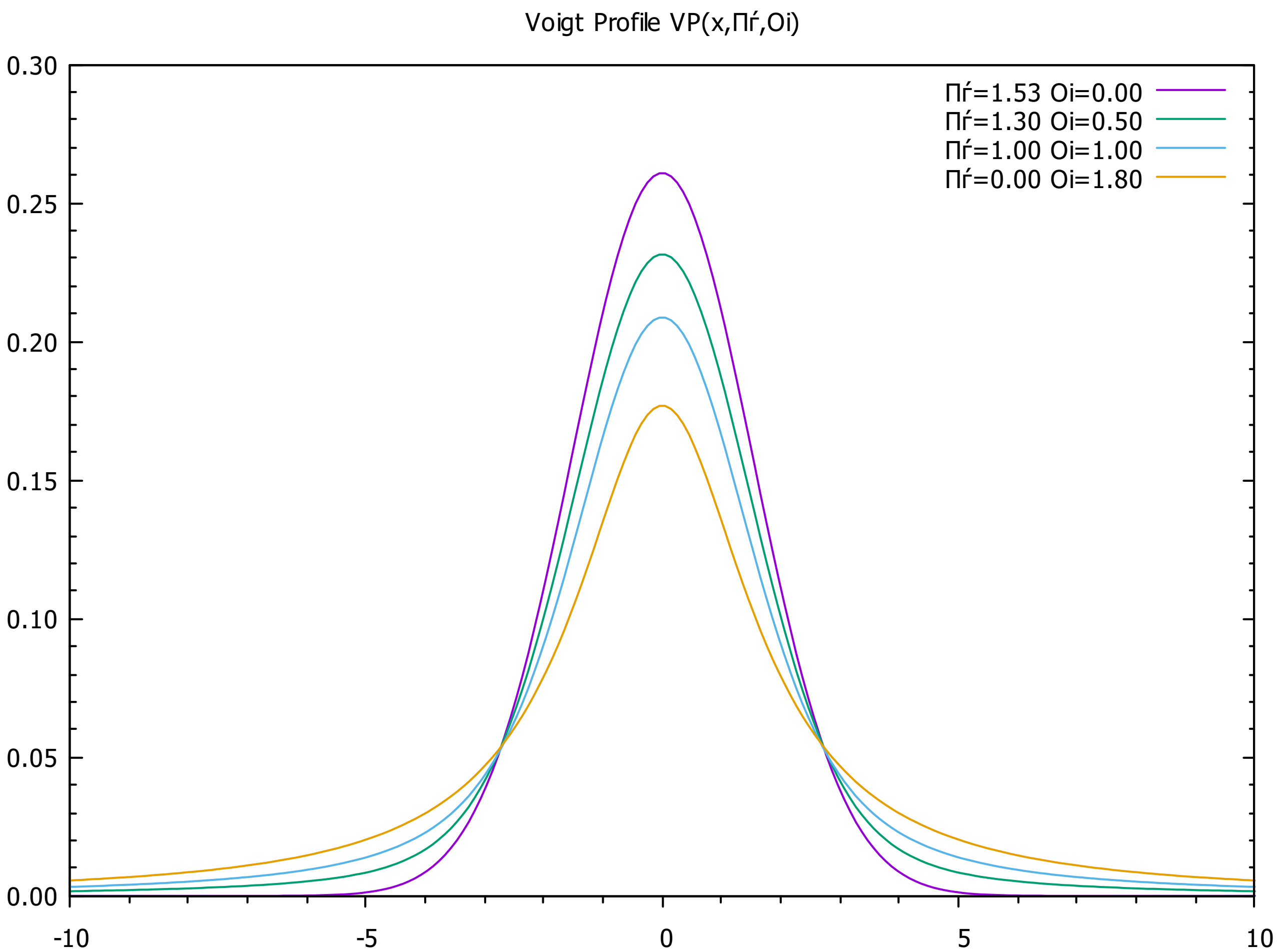

Рис. 1: Пример графика